مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية لتوزيع رالي الاسي، باستخدام المحاكاة

م.م احمد جاسم خميس
وزارة التربية / المديرية العامة لتربية بغداد الرصافة /٣
a.jasem92@yahoo.com

المستخلص

يهف هذا البحث إلى تقدير دالة المعولية الضبابية بالاعتماد على قيمة الحد ألأدنى لدرجة الانتماء للمجموعة الضبابية عندما لا يمتلك كل عنصر في العينة الضبابية حد أدنى وحد أعلى ولكن العينة الضبابية ككل تمتلك حد أدنى يمثل بداية فترة الحياة وحد أعلى يمثل نهاية فترة الحياة نستطيع من خلالهما تحديد درجة الانتماء لكل قيمة من قيم العينة الضبابية حيث تم اخذ قيمتين لمعلمة التوزيع λ وهما (λ= 2, 1.3). وقيم اولية لمعلمتي التوزيع الاولي (v=2,b=1 / v=1,b=4/ v=b=3) ، وكما تم اختيار خمسة قيم للحد الادنى لدرجة الانتماء وهي ($\alpha =$ 0.1 , 0.3 , 0.5 , 0.7 , 0.9)، وبأحجام عينة مختلفة $n = (10, 25, 50, 75, 100)$ وبتكرار 1000 مرة. وتم اخذ الفترة الزمنية لتقدير دالة المعولية الضبابية $(a.\ t_1 = 1, t_2 = 3\ /\ b.\ t_1 = 2, t_2 = 5)$، وباستخدام طريقة بيز لتقدير دالة المعولية لغرض الوصول الى تحديد الطريقة الأفضل لتقدير المعولية الضبابية.

ولقد وجدنا ان الحالة الاولى هي الافضل لأغلب قيم α.

Abstract

This paper aims at estimating the Fuzzy Reliability Function by adopting the minimum value of fuzzy set belonging degree when every element in the fuzzy sample does not have a minimum and maximum limit but the fuzzy set as a whole has a minimum limit that represents the start of a lifetime and a maximum limit that represents the end of a lifetime, through both of which we can determine of belonging degree for every value of fuzzy samples values. Two values of λ were taken, which were (λ=2, 1.3), and primary values of two primary distribution markers (v=b=3 – v=1,b=4 – v=2,b=1, five parts of the minimum limit of belonging degree which are (α= 0.1, 0.3,0.5,0.7,0.9) were selected as well, with different sample volumes n=(10,25,50,75,100), with frequency of 1000, time period was taken to estimate Fuzzy Reliability function (a. t_1=1, t_2=3 – b. t_1=2, t_2=5), by using Bayes method to estimate Reliability function to identify the best method for estimating Fuzzy Reliability function. We have found that Bayes first method was best for most of α value.

الكلمات المفتاحية :_ توزيع رالي الاسي – المعولية الضبابية – متوسط مربع الخطأ– متوسط مطلق الخطأ النسبي .

1- المقدمة: Introduction

يعتبر موضوع الاحصاء المضبب من المواضيع المهمة في الاحصاء وله مجال عمل واسع لاعتماده على نظرية المجموعات المضببة ، وتعتبر نظرية المجموعات الضبابية من أهم النظريات التي ظهرت في السنوات الاخيرة، لما لها من دور كبير في التعامل مع الظواهر التي لا يمكن قياس متغيراتها نقطيا وانما تقاس بفترات، او ما يوصف بالحالات الغير مؤكدة ذات البيانات المضببة. فالمجموعة الضبابية هي المجموعة التي يكون فيها علاقة كل عنصر بمجموعة البيانات التي تمثل الظاهرة علاقة انتماء لتلك المجموعة بدرجة انتماء تقع ضمن فترة معينة حيث تحدد هذه الدرجة بالاعتماد على دالة انتماء معينة[5]. في العام ١٩٦٥ قام الباحث (Zadeh)[20] استعمال نظرية المجموعات الضبابية (Theory fuzzy set) لحل الكثير من المشاكل التي يكون وصف المشاهدات الغير دقيقة تماماً. وقد عرف (Zadeh)[19] عام ١٩٦٨ الحادثة الضبابية على إنها القيمة المتوقعة لدالة الانتماء. وفي عام ١٩٧٠ اقترح الباحثان (Zadeh & Bellman)[12] تطبيق نظرية المجموعات الضبابية لحل مشاكل تحقيق الامثلية ووضع المفاهيم الاساسية في عملية اتخاذ القرار إذ قاما بتحويل دالة الهدف والقيود الى دوال أخرى من خلال استخدام العمليات الحسابية الخاصة بالمجموعات الضبابية. وفي عام ١٩٨٥ استعمل الباحثون (Gil ;Corral)[15] Gil &نظرية اتخاذ القرار لحساب مقدر بيز النقطي عندما تكون بيانات العينة ضبابية، اقترح الباحثون (Ajay Kumar ;Sharma & Kumar)[9] عام ٢٠٠٧ طريقة fuzzy lambdatau لتقدير المعولية الضبابية للإنسان ألألي والذي يمتلك أوقات فشل ضبابية ذات دالة انتماء مثلثية. وفي عام ٢٠٠٨ اعتمد الباحثون (Jing; Jin & Teng)[21] على تقدير حدود الثقة للمعولية وتكوين فترة يتم تحويل بيانات هذه الفترة الى بيانات ضبابية ذات دالة انتماء مثلثية ومن خلال هذه البيانات توصلوا الى تقدير المعولية الضبابية.

2- الجانب النظري

Introduction_المقدمة

إن تقدير المعولية لأي مركبة يعتمد في الأساس على طبيعة بيانات العمل الخاصة بتلك المركبة، فالمعولية هي عبارة عن قياس قابلية أو قدرة أي جزء من أجزاء نظام معين أو نظام كامل على العمل بصلاحية تامة دون عطلات خلال العمر الإستخدامي المحدد له، ولكن في الحقيقة يمكن ان تتوقف المركبة عن العمل قبل الفترة الزمنية التي تم تحديدها وهنا سيظهر نوع من عدم التأكد في تحديد الفترة الزمنية لتوقف المركبة والذي يعزى الى وجود الضبابية في زمن توقف المركبة عن العمل. هذه الضبابية في احد قيم بيانات الحياة والمتمثلة في اخر قيمة أدت الى تحويل بيانات الحياة جميعها الى بيانات ضبابية ،وبالتالي فالمعولية التي يراد تقديرها ستكون معولية ضبابية، سنتناول في هذا البند بعض المفاهيم الأساسية في المجموعات الضبابية المستخدمة في هذا البحث وتوضيح مفهوم المعولية الضبابية باستخدام طريقة بيز.

تعريف المجموعة الضبابيةFuzzy set definition

نشأ مفهوم المجموعة الضبابية في عام ١٩٦٥ على يد العالم الإيراني " Zadeh " ، الذي قام بتعريف المجموعة الضبابية x^* على المجموعة الشاملة من العناصر (X) على انها مجموعة من العناصر مع درجة انتمائها $U(x^*)$، التي تتراوح قيمتها بين [0,1][16] ، يمكننا التعبير عن المجموعة الضبابية x^* بالصيغة التالية[1] :-

$$x^* = \{U(x_i^*)/\ x_i^* \in X \quad , i = 1,2,3, \dots n \qquad 0 \le U(x_i^*)\ \le 1\,\} \qquad \dots (1)$$

وقد تحتوي المجموعة x^* على عنصر واحد ضبابي يمتلك درجة انتماء بين الصفر والواحد[8]، في حين بقية العناصر في المجموعة x^* تكون غير ضبابية ومع ذلك تعد المجموعة x^* مجموعة ضبابية بكل عناصرها إذ أن العنصر غير الضبابي سيتحول الى عنصر ضبابي يمتلك درجة انتماء مساوية الى الواحد .

القطع α α- CUT [13]

تعرف α بأنها أقل درجة انتماء يمتلكها اي عنصر في المجموعة الضبابية x^* وتقع قيمة α ضمن الفترة المغلقة [0,1].

دالة الانتماء Membership function[4],[3]

تعد دالة الانتماء ذات أهمية كبيرة في نظرية المجموعة الضبابية، إذ إنها تمثل احدى أفراد الزوج المرتب الذي يمثل المجموعة الضبابية، ويمكن أن نعبر عنها بدرجة انتماء العنصر للمجموعة الضبابية ، لذا فان بناء دالة الانتماء لا يمكن أن يكون عشوائيا، لان بناءها يكون مرتبطا بطبيعة

المجموعة وبذاتها، وهناك اسلوبان للتعبير عن دالة الانتماء فأما أن يعبر عنها بشكل عددي وهو اسلوب يعبر عن درجة الانتماء للمجموعة الضبابية كمتجه من الاعداد تعتمد ابعاده مستوى الانقطاع اي انه هو عدد من العناصر المتقطعة في المجموعة الشاملة او بشكل دالة وهو اسلوب يعرف دالة الانتماء بشكل تحليلي والذي يسمح بحساب درجة الانتماء لكل عنصر في المجموعة الشاملة.

مجموعة المستوى α للمجموعة الضبابية x^* [2] α -Level set for fuzzy set x^*

هي مجموعة من العناصر في المجموعة الضبابية x^* التي تمتلك درجة انتماء اكبر او تساوي α ويرمز لها بالرمز x_a^* ويعبر عنها بالصيغة الأتية

$$x_a^* = \{x_i^* \in X : U(x_I^*) \geq a\} \qquad \dots(2)$$

المعولية الضبابية Fuzzy reliability

المعولية عبارة عن مقياس لقابلية أو قدرة أي جزء من أجزاء نظام معين أو نظام ككل على العمل بصلاحية تامة دون توقف ، كما تُعرّف معولية الجهاز على إنها نوعية ذلك الجهاز[7] ، او على أنها احتمال بقاء الجهاز يعمل من دون أن يصيبه اي خلل أو فشل في الفترة (0,t) ويعبر عن المعولية بالصيغة التالية[10]:

$$R^{(t)} = \int_t^{\infty} f(x)\, dx \qquad \dots(3)$$

وعند حساب المعولية لأي مركبة و لفترة محددة بين t_1 و t_2 إذ أن t_1 تمثل بداية فترة الحياة و t_2 نهاية فترة الحياة، فمن المؤكد ان المركبة تعمل في الوقت t_1 ونريد أن نعرف مدى قابلية هذه المركبة على الاستمرارية بالعمل حتى الوقت t_2 ولكن في الحقيقة قد تتوقف المركبة عن العمل قبل الزمن t_2 أي ان وقت التوقف t_2 فيه شيء من عدم التأكد أي أنه قيمة غير محسوبة بالضبط لذلك تعد القيمة t_2 قيمة ضبابية[11]. ونتيجة لكون هذه القيمة تمثل القيمة الأخيرة ضمن مجال قيم أوقات الحياة t فأن جميع أوقات الحياة ستكون ضبابية وهذا طبقا لنظرية المجموعات الضبابية والتي تشير الى أن اي مجموعة تحتوي على قيمة واحدة ضبابية فالمجموعة بكل عناصرها تعد ضبابية، ولكون بيانات الحياة ضبابية إذا سنتعامل مع مفهوم المعولية الضبابية، والذي يعبر عنه بالرمز $\widetilde{R}^{(t)}$.

$$\widetilde{R}^{(t)} = P(X \gtrsim t)$$

إذ ان X تمثل وقت الحياة الضبابي.

$\widetilde{R}^{(t)}$ تمثل المعولية الضبابية

$X \gtrsim t$ ، X اكبر او قريبة من t.

علما ان X تمتلك دالة الفشل $f(x^*)$ ودالة انتماء $U(x^*)$.

وباستعمال صيغة الاحتمال الضبابي نستطيع حساب المعولية الضبابية لأي مركبة وفق الصيغة التالية:-

$$\tilde{R}^{(t)} = \int_t^{\infty} U(x^*)\, f(x^*)\, dx^* \qquad \ldots(4)$$

إذ أن

x^* : متغير عشوائي ضبابي

$U(x^*)$ دالة الانتماء التي تحدد درجة الانتماء لأي قيمة من قيم x^* ، وقد اقترح الباحث (CHINGHSUE CHENG) عام 1995 صيغة لدالة الانتماء خاصة بأوقات الحياة وهي:-

$$U(x^*) = \begin{cases} 0 & x^* \le t_1 \\ \dfrac{x^* - t_1}{t_2 - t_1} & t_1 < x^* \le t_2 \\ 1 & x^* > t_2 \end{cases} \qquad \ldots(5)$$

اما المعولية الضبابية لأي مركبة عند قيمة معينة لــ α فيتم حسابها وفق الصيغة التالية:-

$$\tilde{R}^{(t)}_{(0<\alpha<1)} = \int_{t_1}^{x(\alpha)} f(x^*)\, dx^* \qquad \ldots(6)$$

إذ أن:-

$$\begin{cases} x(\alpha) \le t_1 & \alpha = 0 \\ x(\alpha) = t_1 + \alpha(t_2 - t_1) & 0 < \alpha < 1 \\ x(\alpha) \ge t_2 & \alpha = 1 \end{cases} \qquad \ldots(7)$$

وهنا نلحظ ان الحدود العليا للتكامل في الصيغة (6) قد تم تبديلها بوضع $x(\alpha)$ بدلا من t_2 وهذا نتيجة عدم معرفتنا لزمن توقف المركبة عن العمل بشكل دقيق[14].

2- تقدير المعولية الضبابية باستخدام طريقة بيز Estimation of fuzzy reliability by using Bayes method

تعتمد طريقة بيز على اعتبار معلمة توزيع بيانات الحياة غير ثابتة ويعتبرها متغير عشوائي ذات توزيع احتمالي أولي prior distribution يتم تحديده بناءاً على معلومات سابقة عن المعلمة قبل سحب العينة ويقوم بتحديد صيغة التوزيع اللاحق posterior distribution للمعلمة بعد سحب العينة[6]، ولكون البيانات التي نتعامل معها في هذا البحث من النوع الضبابي، سواء أكانت الضبابية في بيانات العينة او في معلمة التوزيع الأولي للمعلمة ،وهناك ثلاث حالات نتناول دراستها خلال هذا البحث ألا وهي :-

2-1– تقدير دالة المعولية الضبابية في حالة بيانات العينة ضبابية والتوزيع الأولي للمعلمة يحتوي معلمة غير ضبابية

في هذه الحالة يتم حساب مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية بعد تحديد درجة الانتماء $U(x_i^*)$ لكل عنصر x_i^* في العينة كما ذكر في الصيغة رقم (5) .

سنجد non normalized posterior p.d.f والتي نرمز لها $(g_n)_\alpha$ [18]

$$(g_n)_\alpha = f(\lambda/x^*)\,L(x^*/\lambda) \qquad ...(8)$$

حيث ان : $f(\lambda/x^*)$ تمثل التوزيع الأولي للمعلمة λ .

وان

$$L(x^*,\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f(x^*_i) \qquad ...(9)$$

باستخدام الصيغة رقم (8) نحصل على التوزيع اللاحق للمعلمة λ وفق الصيغة الآتية

$$\pi(\lambda/m_0,x^*) = \frac{(g_n)_\alpha}{\eta(m_0,x^*)} \qquad ...(10)$$

إذ ان:

$$\eta(m_0,x^*) = \int_0^\infty (g_n)_\alpha\, d\lambda \qquad ...(11)$$

وان m_0 معلمة التوزيع الأولي للمعلمة λ

سنستخدم دالة المعولية الضبابية $\widetilde{R}(t)$ عند قيمة معينة لـ α والموضحة في الصيغة رقم (6) للحصول على مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية وفق الصيغة :

$$\widetilde{R}^{(t)}_{(bayes)} = \int_{\forall\lambda} \widetilde{R}^{(t)}_\alpha\, \pi(\lambda/m_0,x^*)\, d\lambda \qquad ...(12)$$

ولتوضيح طريقة بيز للحالة ألأولى عملنا على التوزيع الاحتمالي رالي الاسي .

$x^* \sim exponetiated\ raligh\ (\alpha,\beta,\lambda)$

نفترض ان لدينا عينة ضبابية x^* حجمها n تتوزع استنادا الى توزيع رالي الاسي إذ ان:-

والدالة الاحتمالية لـ x^* في الصيغة التالية :

$$f(x^*/\lambda) = 2\lambda\, x^* e^{-x^{*2}} \left(1 - e^{-x^{*2}}\right)^{\lambda-1} \qquad ...(13)$$

والتوزيع الأولي للمعلمة λ سنختار توزيع $\text{gamma}(b_0, v_0)$ بأعتباره ألأكثر شيوعا ، إذ ان v_0 تمثل معلمة شكل ، الدالة الأحتمالية للتوزيع الأولي للمعلمة λ يمكن كتابتها بالصيغة:

$$f(\lambda/v_0,b_0) = \frac{{b_0}^{v_0}}{\Gamma v_0}\, \lambda^{v_0-1}\, e^{-\lambda b_0} \qquad ...(14)$$

ونجد درجة الانتماء لكل عنصر في المجموعة الضبابية x^*، ومن ثم نستخدم الصيغة (8) للحصول على الدالة $(g_n)_\alpha$، وكالتالي:

$$(\mathbf{g_n})_{\alpha} = \frac{\mathbf{b_0}^{\mathbf{v_0}}}{\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{v_0}}\, \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{v_0-1}}\ \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\lambda}\mathbf{b_0}} \prod_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \left(2\boldsymbol{\lambda}\boldsymbol{x}^{*}\mathbf{e}^{-\mathbf{x}^{2}+\mathbf{Ln}\left(\mathbf{1}-\mathbf{e}^{-x_i^{*2}}\right)^{-1}}\ \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\lambda}\mathbf{ln}(\mathbf{1}-\mathbf{e}^{-x_i^{*2}})^{-1}}\right) \quad \ldots(15)$$

$$= \frac{\boldsymbol{\vartheta}\mathbf{b_0}^{\mathbf{v_0}}}{\boldsymbol{\Gamma}\mathbf{v_0}}\, \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{n+v_0-1}}\ \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\lambda}\left(\mathbf{b_0}+\boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{x}^{*})\right)} \quad \ldots\mathbf{(16)}$$

حيث :

$$\begin{cases} \boldsymbol{\vartheta} = \mathbf{2^n}\ \mathbf{e}^{\left[\sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{ln}\, \boldsymbol{x}^{*}{}_{i} - \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \boldsymbol{x}^{*2} + \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{ln}\left(\mathbf{1}-\mathbf{e}^{-\boldsymbol{x}^{*2}}\right)^{-1}\right]} \\ \boldsymbol{\mu}(\boldsymbol{x}^{*}) = \sum_{\mathbf{i=1}}^{\mathbf{n}} \mathbf{ln}\left(\mathbf{1}-\mathbf{e}^{-\boldsymbol{x}^{*2}}\right)^{-1} \end{cases} \quad \ldots\mathbf{(17)}$$

سنستخدم قيم درجة الانتماء $U(x_i^*)$ بدل قيم x_i^* في معادلة (16)، بناءا على ما قدمته الباحثة Sylvia [17] إذ استخدمت قيم درجات الانتماء للعناصر بدلا من قيم x^* للحصول على دالتي الحد الأدنى والحد ألأعلى لدالة non normalized posterior ومن خلال هاتين الدالتين استطعنا ان نحصل على دالتين تمثلان دالة التوزيع اللاحق الدنيا لبيز ودالة التوزيع اللاحق العليا لبيز نظرا لعدم توافر الحدود الدنيا والعليا للبيانات التي نقوم بتوليدها وكل قيمة من قيم هذه البيانات تمتلك درجة انتماء خاصة بها يتم تحديدها بتطبيق المعادلة (5) وبعد ان يتم تحديد $U(x_i^*)$ نستطيع التعامل مع هذه القيم للحصول على دالة واحدة تمثل دالة non normalized posterior والتي تم حسابها خلال الصيغة السابقة وممكن توضيحها على النحو التالي:

$$(g_n)_{\alpha} = \frac{\vartheta {b_0}^{v_0}}{\Gamma v_0}\, \lambda^{n+v_0-1}\ e^{-\lambda\left(b_0+\mu(U(x_i^*))\right)} \quad \ldots(18)$$

للحصول على التوزيع اللاحق للمعلمة λ نجد $\eta(m_0, x^*)$ وفق الصيغة (11)، كالتالي:

$$\eta(m_0, x^*) = \int_0^{\infty} \frac{\vartheta {b_0}^{v_0}}{\Gamma v_0}\, \lambda^{n+v_0-1}\ e^{-\lambda\left(b_0+\mu(U(x_i^*))\right)}\, d\lambda$$

$$= \frac{\vartheta {b_0}^{v_0}}{\Gamma v_0} \cdot \frac{\Gamma(v_0+n)}{\left[b_0+\mu(U(x_i^*))\right]^{(v_0+n)}} \quad \ldots(19)$$

وبتطبيق المعادلة (10) نحصل على صيغة التوزيع اللاحق للمعلمة λ :

$$\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\lambda}/\mathbf{m_0}, \boldsymbol{x}^{*}) = \frac{\left[\mathbf{b_0}+\boldsymbol{\mu}(\mathbf{U}(x_i^*))\right]^{(\mathbf{v_0}+\boldsymbol{n})}\ \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{n+v_0-1}}\ \mathbf{e}^{-\boldsymbol{\lambda}\left(\mathbf{b_0}+\boldsymbol{\mu}(\mathbf{U}(x_i^*))\right)}}{\boldsymbol{\Gamma}(\mathbf{v_0}+\boldsymbol{n})} \quad \ldots\mathbf{(20)}$$

باستخدام دالة الخسارة التربيعية ،وبعد ان نحدد دالة المعولية الضبابية عند ثلاثة حالات لـ α نستطيع الحصول على مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية وكما يلي:-

a. عندما $\alpha = 0$، هذا يعني $x(\alpha) = t_1$

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\boldsymbol{\alpha}=\mathbf{0})} = \int_{t_1}^{t_1} \mathbf{2}\boldsymbol{\lambda}\, \boldsymbol{x}^{*}\mathbf{e}^{-\boldsymbol{x}^{*2}}\left(\mathbf{1}-\mathbf{e}^{-\boldsymbol{x}^{*2}}\right)^{\boldsymbol{\lambda}-\mathbf{1}}\ \boldsymbol{dx}^{*} \quad \ldots\mathbf{(21)}$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\alpha=0)} = 0 \qquad ...(22)$$

مقدر بيز للمعولية الضبابية عندما $\alpha = 0$ يكون:

$$\tilde{R}^{(t)}_{(bayes)} = \int_0^\infty \tilde{R}^{(t)}_{\alpha=0}\ \pi(\lambda/m_0, x^*)\ d\lambda \qquad ...(23)$$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(bayes)} = 0$$

b. عندما $0 < \alpha < 1$

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\ 0<\alpha<1)} = \int_{t_1}^{x(\alpha)} 2\lambda\, x^* e^{-x^{*2}} \left(1 - e^{-x^{*2}}\right)^{\lambda-1} dx^* \qquad ...(24)$$

حيث ان :

$$x(\alpha) = t_1 + \alpha(t_2 - t_1) \qquad ...(25)$$

وعلية :

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\ 0<\alpha<1)} = (1 - e^{-x^2})^\lambda \Big|_{t_1}^{x(\alpha)}$$

$$= (1 - e^{-(x(\alpha))^2})^\lambda - (1 - e^{-(t_1)^2})^\lambda$$

$$= (1 - e^{-\left(t_1 + \alpha(t_2 - t_1)\right)^2})^\lambda - (1 - e^{-(t_1)^2})^\lambda \qquad ...(26)$$

وبتطبيق المعادلة ادناه نحصل على مقدر للمعولية الضبابية

$$\tilde{R}^{(t)}_{(bayes)} = \int_0^\infty \tilde{R}^{(t)}_{(\ 0<\alpha<1)}\ \pi(\lambda/m_0, x^*)\ d\lambda \qquad ...(27)$$

$$= \int_0^\infty \frac{[b_0 + \mu(U(x_i^*))]^{(v_0+n)}\ \lambda^{n+v_0-1}\ e^{-\lambda\left(b_0+\mu(U(x_i^*))\right)}}{\Gamma(v_0+n)} \left[\left(1 - e^{-\left(t_1+\alpha(t_2-t_1)\right)^2}\right)^\lambda - \left(1 - e^{-(t_1)^2}\right)^\lambda\right] d\lambda \qquad ...(28)$$

$$= \frac{[b_0 + \mu(U(x_i^*))]^{(v_0+n)}}{\left(b_0 + \mu(U(x_i^*)) + \ln\left(1 - e^{-\left(t_1+\alpha(t_2-t_1)\right)^2}\right)^{-1}\right)^{(v_0+n)}} - \frac{[b_0 + \mu(U(x_i^*))]^{(v_0+n)}}{\left(b_0 + \mu(U(x_i^*)) + \ln\left(1 - e^{-(t_1)^2}\right)^{-1}\right)^{(v_0+n)}} \qquad ...(29)$$

c. عندما $\alpha = 1$

سيكون تقدير المعولية الضبابية كما في الصيغة التالية :

$$\tilde{R}^{(t)}_{(\ \alpha=1)} = \int_{t_1}^{t_2} 2\lambda\, x^* e^{-x^{*2}} \left(1 - e^{-x^{*2}}\right)^{\lambda-1} dx^* \qquad ...(30)$$

$$= \left(1 - e^{-t_2^2}\right)^\lambda - \left(1 - e^{-t_1^2}\right)^\lambda \qquad ...(31)$$

وبتطبيق المعادلة ادناه نحصل على مقدر للمعولية الضبابية

$$\tilde{R}^{(t)}_{(bayes)} = \int_0^\infty \tilde{R}^{(t)}_{(\ \alpha=1)}\ \pi(\lambda/m_0, x^*)\ d\lambda \qquad ...(32)$$

$$= \int_0^\infty \frac{[b_0+\mu(U(x_i^*))]^{(v_0+n)}\ \lambda^{n+v_0-1}\ e^{-\lambda\left(b_0+\mu(U(x_i^*))\right)}}{\Gamma(v_0+n)} \left[\left(1-e^{-t_2^2}\right)^{\lambda} - \left(1-e^{-t_1^2}\right)^{\lambda}\right]\ d\lambda \quad ...(33)$$

$$= \frac{[b_0+\mu(U(x_i^*))]^{(v_0+n)}}{\left(b_0+\mu(U(x_i^*))+\ln\left(1-e^{-(t_2)^2}\right)^{-1}\right)^{(v_0+n)}} - \frac{[b_0+\mu(U(x_i^*))]^{(v_0+n)}}{\left(b_0+\mu(U(x_i^*))+\ln\left(1-e^{-(t_1)^2}\right)^{-1}\right)^{(v_0+n)}} \quad ...(34)$$

2-2 - تقدير دالة المعولية الضبابية في حالة بيانات العينة غير ضبابية والتوزيع الأولي للمعلمة يحتوي معلمة ضبابية

لابد من ملاحظة التوزيع الأولي للمعلمة من حيث عدد المعالم الضبابية في التوزيع ألأولي وهي هنا معلمتين (v,b) ، لتحديد مقدر بيز للمعولية الضبابية في هذه الحالة، فقد تكون جميع معالمة ضبابية او جزء منها وسواء احتوى التوزيع الأولي على معلمة واحدة ضبابية او اكثر فأننا نستخدم الصيغة التالية لتحديد دالة الانتماء للمعلمة الضبابية m^*، وهي نفس دالة الانتماء التي اقترحها Ching الا اننا سنقوم بتقدير معلمات التوزيع الأولي ونستخرج حدود الثقة الخاصة بالمعلمات الضبابية التي تم تقديرها للاستفادة من حدود الثقة لتكوين فترة تقع ضمنها القيمة المقدرة للمعلمة الضبابية، لنفترض أن m_0^* معلمة ضبابية واقعة ضمن التوزيع الأولي، وباستخدام الحد ألأدنى m_1 والحد الأعلى m_2 لحدود الثقة يمكن تحديد دالة الانتماء للمعلمة m_0^* وفق التالي:−

$$U(m_0^*) = \begin{cases} 0 & m^* \le m_1 \\ \dfrac{m_0^* - m_1}{m_2 - m_1} & m_1 < m_0^* \le m_2\ , m_1 \ge 0 \\ 1 & m^* > m_2 \end{cases} \quad ...(35)$$

إذ ان:

m_1 : الحد ألأدنى لحدود الثقة لـ m_0^*

m_2 : الحد الأعلى لحدود الثقة لـ m_0^*

قيمة المعلمة الضبابية عند قيمة محددة لـ α والتي يعبر عنها بالرمز $m(\alpha)$ فتحسب من خلال المعادلة :

$$\begin{cases} m(\alpha) \le m_1 & \alpha = 0 \\ m(\alpha) = m_1 + \alpha(m_2 - m_1) & 0 < \alpha < 1 \\ m(\alpha) \ge m_1 & \alpha = 1 \end{cases} \quad ...(36)$$

نجد non normalized posterior p.d.f والتي نرمز لها $(g_n)_\alpha$ وفق الصيغة:

$$(\mathbf{g_n})_\alpha = f(\lambda/x)\,\mathbf{L}(x/\lambda) \qquad ...(37)$$

$$\mathbf{L}(x/\lambda) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i) \qquad ...(38)$$

سنحصل على التوزيع اللاحق للمعلمة λ وفق ما يلي :

$$\pi(\lambda/\mathbf{m}_0^*, x) = \frac{(\mathbf{g_n})_\alpha}{\eta(\mathbf{m}_0^*, x)} \qquad ...(39)$$

وللحصول على مقدر بيز للمعولية الضبابية نحدد دالة المعولية $R(t)$ وحسب المعادلة التالية :

$$\mathbf{R}^{(t)} = \int_t^\infty f(x_i)\, dx_i \qquad ...(40)$$

مقدر بيز للمعولية الضبابية سنعبر عنه بالصيغة التالية :

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(t)}_{(bayes)} = \int_{\forall\lambda} \mathbf{R}^{(t)}\, \pi(\lambda/\mathbf{m}_0^*, x)\, d\lambda \qquad ...(41)$$

باستخدام الحالة الثانية وبافتراض أن التوزيع الاحتمالي للعينة هو التوزيع رالي الاسي ففي هذه الحالة سوف نتعامل مع قيم المتغير العشوائي x والذي يمتلك الدالة ألأحتمالية :

$$f(x,\lambda) = 2\lambda x\, e^{-x^2}\left(1 - e^{-x^2}\right)^{\lambda-1} \qquad ...(42)$$

التوزيع الأولي للمعلمة λ توزيع $gamma\ (v_0\ , b_0^*)$ اذ ان المعلمة b_0^* ضبابية وصيغة التوزيع هي:

$$f(\lambda/v_0, b_0^*) = \frac{b_0^{*v_0}}{\Gamma v_0}\, \lambda^{v_0-1}\, e^{-\lambda b_0^*} \qquad ...(43)$$

وللحصول على مقدر بيز للمعولية الضبابية ، سنجد دالة الانتماء لـ b_0^* وفق المعادلة (35)، فنحصل على التالي:

$$U(\mathbf{b}_0^*) = \begin{cases} 0 & \mathbf{b}^* \le \mathbf{b}_1 \\ \dfrac{\mathbf{b}_0^* - \mathbf{b}_1}{\mathbf{b}_2 - \mathbf{b}_1} & \mathbf{b}_1 < \mathbf{b}_0^* \le \mathbf{b}_2 \\ 1 & \mathbf{b}_0^* > \mathbf{b}_2 \end{cases} \qquad ...(44)$$

b_1 : تمثل الحد ألأدنى لحدود الثقة للمعلمة b_0^*

b_2 : تمثل الحد ألأعلى لحدود الثقة للمعلمة b_0^*

نحسب قيمة $b(\alpha)$ ، حيث ($b(\alpha)$ تمثل قيم b_0^* المقابلة لقيمة معينة لـ α) وفق التالي:

$$\begin{cases} b(\alpha) \le b_1 & \alpha = 0 \\ b(\alpha) = b_1 + \alpha(b_2 - b_1) & 0 < \alpha < 1 \\ b(\alpha) \ge b_1 & \alpha = 1 \end{cases} \qquad \ldots(45)$$

نعوض بدل كل b_0^* بقيمة $b(\alpha)$ ، ونجد دالة التوزيع اللاحق وفق الصيغة (37)، فنحصل على :

$$(\mathbf{g_n})_\alpha = \frac{\vartheta \mathbf{b}_{(\alpha)}{}^{\mathbf{v_0}}}{\Gamma \mathbf{v_0}} \lambda^{\mathbf{n}+\mathbf{v_0}-1} \ \mathbf{e}^{-\lambda(\mathbf{b}(\alpha)+\mu(x_i))} \qquad \ldots(46)$$

نجد $\eta(b_0^*, x)$ من الصيغة التالية :

$$\eta(\mathbf{b_0^*}, x) = \int_0^\infty \frac{\vartheta \mathbf{b}_{(\alpha)}{}^{\mathbf{v_0}}}{\Gamma \mathbf{v_0}} \lambda^{\mathbf{n}+\mathbf{v_0}-1} \ \mathbf{e}^{-\lambda(\mathbf{b}(\alpha)+\mu(x_i))} \, \mathbf{d}\lambda \qquad \ldots(47)$$

$$= \frac{\vartheta \mathbf{b}_{(\alpha)}{}^{\mathbf{v_0}}}{\Gamma \mathbf{v_0}} \cdot \frac{\Gamma(\mathbf{v_0}+n)}{[\mathbf{b}_\alpha+\mu(x_i)]^{(\mathbf{v_0}+n)}} \qquad \ldots(48)$$

وبتعويض المعادلتين (46) و (47) في معادلة (10) سنحصل على التوزيع اللاحق للمعلمة λ وكالتالي :

$$\pi(\lambda/\mathbf{b_0^*}, x) = \frac{\frac{\vartheta \mathbf{b}_{(\alpha)}{}^{\mathbf{v_0}}}{\Gamma \mathbf{v_0}} \lambda^{\mathbf{n}+\mathbf{v_0}-1} \ \mathbf{e}^{-\lambda(\mathbf{b}(\alpha)+\mu(x_i))}}{\frac{\vartheta \mathbf{b}_{(\alpha)}{}^{\mathbf{v_0}}}{\Gamma \mathbf{v_0}} \cdot \frac{\Gamma(\mathbf{v_0}+n)}{[\mathbf{b}_\alpha+\mu(x_i)]^{(\mathbf{v_0}+n)}}}$$

$$= \frac{[\mathbf{b}_\alpha+\mu(x_i)]^{(\mathbf{v_0}+n)} \ \lambda^{\mathbf{n}+\mathbf{v_0}-1} \ \mathbf{e}^{-\lambda(\mathbf{b}(\alpha)+\mu(x_i))}}{\Gamma(\mathbf{v_0}+n)} \qquad \ldots(49)$$

والان نجد دالة المعولية ومقدر بيز للمعولية الضبابية وفق الصيغتان (41) و(42) على التوالي :

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\mathbf{bayes})} = \int_0^\infty \mathbf{R}^{(t)} \frac{[\mathbf{b}_\alpha+\mu(x_i)]^{(\mathbf{v_0}+n)} \ \lambda^{\mathbf{n}+\mathbf{v_0}-1} \ \mathbf{e}^{-\lambda(\mathbf{b}(\alpha)+\mu(x_i))}}{\Gamma(\mathbf{v_0}+n)} \, d\lambda \qquad \ldots(50)$$

$$\mathbf{R}^{(t)} = \int_t^\infty 2\lambda x \, \mathbf{e}^{-x^2}\left(1 - \mathbf{e}^{-x^2}\right)^{\lambda-1} dx$$

$$= 1 - \left(1 - e^{-t^2}\right)^{\lambda} \qquad \ldots(51)$$

وبتعويض الصيغة (51) في الصيغة (50) ، نحصل على :

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\mathbf{bayes})} = \int_0^\infty \left(1 - \left(1 - e^{-t^2}\right)^{\lambda}\right) \frac{[\mathbf{b}_\alpha+\mu(x_i)]^{(\mathbf{v_0}+n)} \ \lambda^{\mathbf{n}+\mathbf{v_0}-1} \ \mathbf{e}^{-\lambda(\mathbf{b}(\alpha)+\mu(x_i))}}{\Gamma(\mathbf{v_0}+n)} \, d\lambda$$

$$= 1 - \frac{[\mathbf{b}_\alpha+\mu(x_i)]^{(\mathbf{v_0}+n)}}{\left(\mathbf{b}_\alpha+\mu(x_i)+\ln\left(1-e^{-t^2}\right)^{-1}\right)^{(\mathbf{v_0}+n)}} \qquad \ldots(52)$$

مقدر بيز للمعولية الضبابية لثلاث حالات لقيم α سيكون كالتالي :

a. عندما $\alpha = 0$

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\mathbf{bayes})} = \mathbf{1}- \frac{[\mathbf{b}_{\alpha=0}+\mu(x_i)]^{(\mathrm{v}_0+n)}}{\left(\mathbf{b}_{\alpha=0}+\mu(x_i)+\ln\left(1-e^{-t^2}\right)^{-1}\right)^{(\mathrm{v}_0+n)}} \qquad \ldots(53)$$

b. عندما $0 < \alpha < 1$

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\mathbf{bayes})} = \mathbf{1}- \frac{[\mathbf{b}_{0<\alpha<1}+\mu(x_i)]^{(\mathrm{v}_0+n)}}{\left(\mathbf{b}_{0<\alpha<1}+\mu(x_i)+\ln\left(1-e^{-t^2}\right)^{-1}\right)^{(\mathrm{v}_0+n)}} \qquad \ldots(54)$$

c. عندما $\alpha = 1$

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\mathbf{bayes})} = \mathbf{1}- \frac{[\mathbf{b}_{\alpha=1}+\mu(x_i)]^{(\mathrm{v}_0+n)}}{\left(\mathbf{b}_{\alpha=1}+\mu(x_i)+\ln\left(1-e^{-t^2}\right)^{-1}\right)^{(\mathrm{v}_0+n)}} \qquad \ldots(55)$$

2-3- تقدير المعولية الضبابية في حالة بيانات العينة ضبابية والتوزيع الأولي للمعلمة يحتوي معلمة ضبابية

في هذه الحالة نتعامل مع دالتي انتماء الأولى تخص العينة الضبابية والثانية تخص المعلمة b الضبابية في التوزيع الأولي لـ λ، ولتقدير دالة المعولية الضبابية نحدد درجة الانتماء $U(x_i^*)$ لكل عنصر x_i^* في العينة كما ذكر في الصيغة رقم (5)،ونحدد دالة الانتماء للمعلمة الضبابية m_0^* كما وضحت في الصيغة رقم (35)، ومن ثم نجد دالة non normalized posterior p.d.f والتي نرمز لها$(\mathrm{g}_\mathrm{n})_\alpha$، وباستخدام المعادلة (8) والمعادلة (9) و (10) لإيجاد التوزيع اللاحق للمعلمة λ وكالتالي :

$$\boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\lambda}/\mathbf{m}_0^*, \boldsymbol{x}^*) = \frac{[\mathbf{b}_\alpha+\mu(\mathrm{U}(\mathrm{x}_i^*))]^{(\mathrm{v}_0+n)}}{\Gamma(\mathrm{v}_0+n)}\ \boldsymbol{\lambda}^{\mathbf{n}+\mathrm{v}_0-\mathbf{1}}\ \mathbf{e}^{-\lambda\left(\mathbf{b}(\alpha)+\mu(\mathrm{U}(\mathrm{x}_i^*))\right)} \qquad \ldots(56)$$

ستكون دالة المعولية الضبابية $\widetilde{\mathrm{R}}^{(\mathrm{t})}$ عند قيمة معينة لـ α بالشكل التالي :

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{\boldsymbol{\alpha}} = \int_{t_1}^{x(\alpha)} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_i^*)\quad \boldsymbol{dx}^* \qquad \ldots(57)$$

ونجد مقدر بيز للمعولية الضبابية وفق المعادلة :

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\mathbf{bayes})} = \int_{\forall\lambda} \widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{\boldsymbol{\alpha}}\ \boldsymbol{\pi}(\boldsymbol{\lambda}/\mathbf{m}_0^*, \boldsymbol{x}^*)\ \boldsymbol{d\lambda} \qquad \ldots(58)$$

الان سنجد المعولية الضبابية وفق المعادلة (57) ولثلاث حالات لـ α:

a. عندما $\alpha = 0$

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\alpha=0)} = \int_{t_1}^{t_2} \mathbf{2}\boldsymbol{\lambda}\, \boldsymbol{x}^*\mathbf{e}^{-x^{*2}}\left(\mathbf{1}-\mathbf{e}^{-x^{*2}}\right)^{\boldsymbol{\lambda}-\mathbf{1}}\ \boldsymbol{dx}^* \qquad \ldots(59)$$

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\alpha=0)} = \mathbf{0} \qquad \ldots(60)$$

ومقدر بيز للمعولية الضبابية عندما $\alpha = 0$ يكون:

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\mathbf{bayes})} = \int_0^\infty \widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{\alpha=0} \;\; \pi(\lambda/\mathbf{m}_0^*, x^*) \;\; d\lambda$$

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\mathbf{bayes})} = \mathbf{0} \qquad \ldots(61)$$

b. عندما $0 < \alpha < 1$

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\,0<\alpha<1)} = \int_{t_1}^{x(\alpha)} 2\lambda\, x^* \mathrm{e}^{-x^{*2}} \left(1 - \mathrm{e}^{-x^{*2}}\right)^{\lambda-1} \; dx^* \qquad \ldots(62)$$

حيث ان :

$$x(\alpha) = t_1 + \alpha(t_2 - t_1) \qquad \ldots(63)$$

وعلية :

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\,0<\alpha<1)} = \left(1 - \mathrm{e}^{-\mathrm{x}^2}\right)^{\lambda}\Big|_{t_1}^{x(\alpha)}$$

$$= \left(1 - \mathrm{e}^{-(x(\alpha))^2}\right)^{\lambda} - \left(1 - \mathrm{e}^{-(t_1)^2}\right)^{\lambda}$$

$$= \left(1 - \mathrm{e}^{-\left(t_1+\alpha(t_2-t_1)\right)^2}\right)^{\lambda} - \left(1 - \mathrm{e}^{-(t_1)^2}\right)^{\lambda} \qquad \ldots(64)$$

وبتطبيق المعادلة ادناه نحصل على مقدر للمعولية الضبابية وكالتالي:

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\mathbf{bayes})} = \int_0^\infty \widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\,0<\alpha<1)} \;\; \pi(\lambda/\mathbf{m}_0^*, x^*) \;\; d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \frac{[\mathbf{b}_\alpha+\mu(\mathbf{U}(\mathbf{x}_i^*))]^{(\mathbf{v}_0+\mathbf{n})} \;\; \lambda^{\mathbf{n}+\mathbf{v}_0-1} \;\; \mathrm{e}^{-\lambda\left(\mathbf{b}_\alpha+\mu(\mathbf{U}(\mathbf{x}_i^*))\right)}}{\Gamma(\mathbf{v}_0+\mathbf{n})} \left[\left(1 - \mathrm{e}^{-\left(\mathbf{t}_1+\alpha(\mathbf{t}_2-\mathbf{t}_1)\right)^2}\right)^{\lambda} - \left(1 - \mathrm{e}^{-(\mathbf{t}_1)^2}\right)^{\lambda}\right] \; d\lambda$$

$$= \frac{[\mathbf{b}_\alpha+\mu(\mathbf{U}(\mathbf{x}_i^*))]^{(\mathbf{v}_0+\mathbf{n})}}{\left(\mathbf{b}_\alpha+\mu(\mathbf{U}(\mathbf{x}_i^*))+\ln\left(1-\mathrm{e}^{-\left(\mathbf{t}_1+\alpha(\mathbf{t}_2-\mathbf{t}_1)\right)^2}\right)^{-1}\right)^{(\mathbf{v}_0+\mathbf{n})}} - \frac{[\mathbf{b}_\alpha+\mu(\mathbf{U}(\mathbf{x}_i^*))]^{(\mathbf{v}_0+\mathbf{n})}}{\left(\mathbf{b}_\alpha+\mu(\mathbf{U}(\mathbf{x}_i^*))+\ln\left(1-\mathrm{e}^{-(\mathbf{t}_1)^2}\right)^{-1}\right)^{(\mathbf{v}_0+\mathbf{n})}} \qquad \ldots(65)$$

c. عندما $\alpha = 1$

سيكون تقدير المعولية الضبابية كما في الصيغة :

$$\widetilde{\mathbf{R}}^{(\mathbf{t})}_{(\,\alpha=1)} = \int_{t_1}^{t_2} 2\lambda\, x^* \mathrm{e}^{-x^{*2}} \left(1 - \mathrm{e}^{-x^{*2}}\right)^{\lambda-1} \; dx^*$$

$$= \left(1 - \mathrm{e}^{-t_2^2}\right)^{\lambda} - \left(1 - \mathrm{e}^{-t_1^2}\right)^{\lambda} \qquad \ldots(66)$$

وبتطبيق المعادلة نحصل على مقدر للمعولية الضبابية

$$\widetilde{R}^{(t)}_{(bayes)} = \int_0^\infty \widetilde{R}^{(t)}_{(\ \alpha=1)}\ \pi(\lambda/m_0^*, x^*)\ d\lambda$$

$$= \int_0^\infty \frac{[b_\alpha+\mu(U(x_i^*))]^{(v_0+n)}\ \lambda^{n+v_0-1}\ e^{-\lambda\left(b_\alpha+\mu(U(x_i^*))\right)}}{\Gamma(v_0+n)} \left[\left(1-e^{-t_2^2}\right)^\lambda - \left(1-e^{-t_1^2}\right)^\lambda\right]\ d\lambda$$

$$= \frac{[b_\alpha+\mu(U(x_i^*))]^{(v_0+n)}}{\left(b_\alpha+\mu(U(x_i^*))+\ln\left(1-e^{-(t_2)^2}\right)^{-1}\right)^{(v_0+n)}} - \frac{[b_\alpha+\mu(U(x_i^*))]^{(v_0+n)}}{\left(b_\alpha+\mu(U(x_i^*))+\ln\left(1-e^{-(t_1)^2}\right)^{-1}\right)^{(v_0+n)}} \quad ...(67)$$

3- المحاكاة

المقدمة:-

يلجأ الباحثون إلى استخدام اسلوب المحاكاة في حالة صعوبة الحصول على البيانات الخاصة بموضوع البحث أو إذا كان الحصول على البيانات يتطلب الكثير من الجهد والوقت والمال أو عدم توفر تلك البيانات بشكل كافي، كما يعد أسلوب المحاكاة أسلوب للاختبار قبل تطبيق التجربة على بيانات واقعية.

وصف تجارب المحاكاة

إن تجربة المحاكاة التي تم تنفيذها باستخدام البرنامج الإحصائي Matlab 12a تتضمن المراحل التالية:-

المرحلة ألأولى :تعيين القيم الافتراضية

من المراحل المهمة والأساسية الي تعتمد عليها المراحل اللاحقة إذ يتم تعيين قيم المعلمة الافتراضية (الحقيقية) وكما يلي:-

أولا:-تحديد القيمة الأولية لمعلمة القياس ومعلمة الشكل والحد الأدنى لدرجة الانتماء α.

λ إذ أخذت لها قيمتان (λ =1.3, 2) ،أما القيم ألأولية لمعلمتي التوزيع الأولي للمعلمة λ والتي تمتلك توزيع gamma(v , b) فكانت كالتالي:

V	B
3	3
1	4
2	1

كما تم اختيار خمسة قيم للحد ألأدنى لدرجة الانتماء (α=0.1,0.3,,0.5,0.7,0.9)

ثانيا:- اختيار حجم العينة(n)

تم اختيار حجوم مختلفة متمثلة بالصغيرة والمتوسطة والكبيرة للعينة (n=10,25,50,75,100)

ثالثا:- تعيين فترة زمنية لتقدير دالة المعولية الضبابية ، تم أخذ فترتين زمنية

t_1	t_2
1	3
2	5

المرحلة الثالثة:- مرحلة توليد البيانات

في هذه المرحلة يتم توليد بيانات تتوزع توزيع gamma وتقدير معالم البيانات التي تم توليدها وحساب حدود الثقة لها، وذلك لتحديد الحد ألأدنى والحد ألأعلى للمعلمتين بهدف تحديد درجة الانتماء المناسبة للمعلمتين(b, v)، كما ويتم توليد بيانات تتوزع توزيع رالي الاسي وحساب درجات الانتماء لها.

المرحلة الخامسة :إيجاد مقدر بيز لدالة المعولية الضبابية وفق المعادلات (67,65,55,54,34,29).

اختيار حجم تكرار العينات: اختير حجم تكرار هذه التجارب (L=1000) لكل تجربة.

المرحلة السادسة :مرحلة المقارنة

تم استخدام معيارين للمقارنة

1- متوسط مربع الخطأ (MSE) Mean Square Error

$$MSE(\hat{R}) = \frac{\sum_{i=1}^{n}(\hat{R} - R)^2}{L}$$

2- متوسط مطلق الخطأ النسبي (MAPE) Mean Absolute Percentage Error

$$MAPE(\hat{R}) = \frac{\sum_{i=1}^{n}\left|\frac{(\hat{R} - R)}{R}\right|}{L}$$

حيث أن

$\hat{R}$: تمثل تقدير المعولية الضبابية للعينة.

R : تمثل القيمة الحقيقية لدالة المعولية الضبابية.

L : تكرار العينة

4- نتائج المحاكاة

يتم في هذا المبحث عرض نتائج المحاكاة وتحليلها ،من خلال عرض الجداول والخاصة بكل فترة من الفترات المدروسة، وذلك للوصول إلى أفضل المقدرات المستحصلة لدالة المُعولية الضبابية لتوزيع رالي الاسي من خلال المفاضلة بين قيم هذه المقدرات بالاعتماد على معايير المقارنة المستخدمة ، لكل حالة من حالات بيز الثلاث.

الجدول رقم 1 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
$t_1=1$ $t_2=3$ lamda=2 b=3 v=3						
Method	**n**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.0018	0.0584	0.1408	0.1817	0.2031
Bayes 2	10	0.4106	0.0955	0.0324	0.0258	0.0282
Bayes 3	10	0.0016	0.0582	0.1455	0.1894	0.2123
Bayes 1	25	0.0012	0.0706	0.1609	0.2062	0.2259
Bayes 2	25	0.4358	0.1318	0.0527	0.034	0.0222
Bayes 3	25	0.0011	0.0703	0.1617	0.2078	0.2279
Bayes 1	50	0.0011	0.0743	0.1674	0.2122	0.2315
Bayes 2	50	0.4662	0.1614	0.0789	0.0573	0.0495
Bayes 3	50	0.0009	0.0738	0.1676	0.2127	0.2322
Bayes 1	75	0.0009	0.0745	0.1697	0.2138	0.2332
Bayes 2	75	0.4797	0.1749	0.0898	0.0699	0.0634
Bayes 3	75	0.0008	0.0744	0.1698	0.2141	0.2336
Bayes 1	100	0.0008	0.0753	0.1706	0.2149	0.2342
Bayes 2	100	0.4894	0.1816	0.0958	0.0762	0.0712
Bayes 3	100	0.0007	0.0752	0.1709	0.2157	0.2344

الجدول رقم 2 يوضح MPAE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
$t_1=1$ $t_2=3$ lamda=2 b=3 v=3						
Method	**n**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.1715	0.5153	0.6594	0.7137	0.7491
Bayes 2	10	3.4653	0.6279	0.2623	0.2219	0.2324
Bayes 3	10	0.1599	0.5136	0.6703	0.7287	0.7664
Bayes 1	25	0.1479	0.5836	0.7098	0.7638	0.7922
Bayes 2	25	3.606	0.7961	0.3949	0.2746	0.2263
Bayes 3	25	0.1348	0.5820	0.7116	0.7668	0.7958
Bayes 1	50	0.1404	0.5999	0.7247	0.7752	0.8022
Bayes 2	50	3.7338	0.8875	0.4957	0.4003	0.3679
Bayes 3	50	0.1339	0.5994	0.7251	0.7761	0.8034
Bayes 1	75	0.1384	0.6028	0.7299	0.7781	0.8053
Bayes 2	75	3.7895	0.9246	0.5301	0.4439	0.4185
Bayes 3	75	0.1344	0.6023	0.7301	0.7786	0.8059
Bayes 1	100	0.1304	0.6066	0.7319	0.7801	0.8069
Bayes 2	100	3.828	0.9426	0.5481	0.4638	0.4437
Bayes 3	100	0.1275	0.6062	0.732	0.7804	0.8073

الجدول رقم 3 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز

$t_1=1$ $t_2=3$ lamda=2 b=4 v=1

Method	n	α=0.1	α=0.3	α=0.5	α=0.7	α=0.9
Bayes 1	10	0.0032	0.0798	0.1757	0.2114	0.2315
Bayes 2	10	0.2814	0.0394	0.0213	0.0382	0.0532
Bayes 3	10	0.0024	0.0787	0.1767	0.2211	0.2417
Bayes 1	25	0.0018	0.0783	0.1728	0.2163	0.2357
Bayes 2	25	0.3736	0.0913	0.0257	0.0117	0.0079
Bayes 3	25	0.0015	0.0779	0.1741	0.2186	0.2387
Bayes 1	50	0.0012	0.0783	0.1724	0.2173	0.2359
Bayes 2	50	0.4306	0.1378	0.0597	0.0399	0.0319
Bayes 3	50	0.0011	0.0781	0.1727	0.2187	0.2368
Bayes 1	75	0.0011	0.0782	0.1733	0.2177	0.2362
Bayes 2	75	0.4552	0.1572	0.0757	0.0559	0.0496
Bayes 3	75	0.0010	0.078	0.1735	0.2186	0.2367
Bayes 1	100	0.0009	0.0772	0.1721	0.2173	0.2364
Bayes 2	100	0.4734	0.1691	0.0857	0.0661	0.0602
Bayes 3	100	0.0008	0.0771	0.1725	0.2175	0.2367

الجدول رقم 4 يوضح MPAE للمعولية الضبابية لطريقة بيز

$t_1=1$ $t_2=3$ lamda=2 b=4 v=1

Method	n	α=0.1	α=0.3	α=0.5	α=0.7	α=0.9
Bayes 1	10	0.2612	0.6578	0.7285	0.7719	0.7989
Bayes 2	10	2.8307	0.3652	0.2104	0.2786	0.3328
Bayes 3	10	0.2152	0.6116	0.7429	0.7902	0.819
Bayes 1	25	0.1936	0.6159	0.736	0.7824	0.8094
Bayes 2	25	3.336	0.6573	0.2594	0.1543	0.1197
Bayes 3	25	0.172	0.6142	0.7387	0.7865	0.8145
Bayes 1	50	0.1643	0.6177	0.7355	0.7844	0.8098
Bayes 2	50	3.5889	0.8194	0.4298	0.3316	0.2917
Bayes 3	50	0.1544	0.6166	0.7362	0.7857	0.8115
Bayes 1	75	0.1552	0.6178	0.7377	0.7851	0.8105
Bayes 2	75	3.6911	0.8758	0.4862	0.3963	0.3692
Bayes 3	75	0.1491	0.6171	0.738	0.7858	0.8113
Bayes 1	100	0.1453	0.614	0.7362	0.7845	0.8108
Bayes 2	100	3.7513	0.9095	0.5182	0.4318	0.4079
Bayes 3	100	0.141	0.6134	0.7363	0.7849	0.8114

الجدول رقم 5 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t_1=1 t_2=3 lamda=2 b=1 v=2						
Method	**n**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.0028	0.0596	0.1445	0.1888	0.2108
Bayes 2	10	0.4836	0.1561	0.0671	0.0443	0.0333
Bayes 3	10	0.0022	0.0590	0.1464	0.1917	0.2144
Bayes 1	25	0.0015	0.0697	0.162	0.2085	0.2268
Bayes 2	25	0.4947	0.1804	0.092	0.0686	0.0623
Bayes 3	25	0.0011	0.0696	0.1623	0.2091	0.2276
Bayes 1	50	0.0009	0.0738	0.1672	0.2132	0.2327
Bayes 2	50	0.5036	0.1907	0.1043	0.0825	0.0766
Bayes 3	50	0.0007	0.0737	0.1673	0.2134	0.233
Bayes 1	75	0.0009	0.0756	0.1695	0.2146	0.2336
Bayes 2	75	0.5095	0.1942	0.1075	0.0875	0.0831
Bayes 3	75	0.0008	0.0755	0.1696	0.2147	0.2338
Bayes 1	100	0.0008	0.0755	0.1701	0.2155	0.2345
Bayes 2	100	0.5109	0.1977	0.1094	0.0896	0.0854
Bayes 3	100	0.0007	0.0752	0.1705	0.2156	0.2346

الجدول رقم 6 يوضح MAPE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t_1=1 t_2=3 lamda=2 b=1 v=2						
Method	**n**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.1695	0.5228	0.6689	0.7286	0.7642
Bayes 2	10	3.7934	0.8587	0.4342	0.3147	0.2606
Bayes 3	10	0.1629	0.5220	0.6734	0.7343	0.7708
Bayes 1	25	0.1386	0.5791	0.7123	0.7681	0.7939
Bayes 2	25	3.8463	0.9373	0.5344	0.4365	0.4116
Bayes 3	25	0.1348	0.5785	0.7136	0.7691	0.7952
Bayes 1	50	0.1325	0.5991	0.7244	0.7769	0.8044
Bayes 2	50	3.8826	0.9655	0.5711	0.4822	0.4601
Bayes 3	50	0.1303	0.5988	0.7245	0.7772	0.8048
Bayes 1	75	0.1276	0.6071	0.7295	0.7795	0.8061
Bayes 2	75	3.9056	0.9746	0.5805	0.4971	0.4797
Bayes 3	75	0.1256	0.6069	0.7296	0.7797	0.8067
Bayes 1	100	0.1279	0.6061	0.7311	0.7812	0.8075
Bayes 2	100	3.9113	0.9836	0.5857	0.5032	0.4867
Bayes 3	100	0.1269	0.6056	0.7315	0.7813	0.8077

الجدول رقم 7 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=1 t2=3 lamda=1.3 b=3 v=3						
Method	**n**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.0013	0.0248	0.0616	0.0831	0.0943
Bayes 2	10	0.4238	0.1536	0.0747	0.0492	0.0364
Bayes 3	10	0.0009	0.0232	0.0645	0.0878	0.1002
Bayes 1	25	0.0059	0.0314	0.0744	0.0974	0.1082
Bayes 2	25	0.4582	0.2031	0.1252	0.0953	0.0817
Bayes 3	25	0.0006	0.0312	0.0748	0.0987	0.1095
Bayes 1	50	0.0004	0.0338	0.0784	0.1011	0.1123
Bayes 2	50	0.4875	0.2405	0.1638	0.1411	0.1304
Bayes 3	50	0.0003	0.0337	0.0785	0.1014	0.1128
Bayes 1	75	0.0003	0.0341	0.0792	0.1029	0.1135
Bayes 2	75	0.5028	0.2561	0.1803	0.1591	0.1520
Bayes 3	75	0.0002	0.0339	0.0796	0.1035	0.1137
Bayes 1	100	0.0002	0.0343	0.0793	0.1031	0.1141
Bayes 2	100	0.5111	0.2649	0.1897	0.1693	0.1635
Bayes 3	100	0.0001	0.0342	0.0797	0.1036	0.1143

الجدول رقم 8 يوضح MAPE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=1 t2=3 lamda=1.3 b=3 v=3						
Method	**n**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.1676	0.4268	0.5723	0.6418	0.6804
Bayes 2	10	4.2081	1.0604	0.5492	0.4061	0.3299
Bayes 3	10	0.162	0.4252	0.5859	0.6601	0.7019
Bayes 1	25	0.1332	0.4994	0.6391	0.6985	0.7327
Bayes 2	25	4.4225	1.281	0.8225	0.6808	0.6216
Bayes 3	25	0.1324	0.4976	0.6412	0.7022	0.7371
Bayes 1	50	0.107	0.5223	0.6572	0.7140	0.7468
Bayes 2	50	4.5678	1.4000	0.9493	0.8416	0.8024
Bayes 3	50	0.1063	0.5213	0.6577	0.7151	0.7483
Bayes 1	75	0.0872	0.5247	0.6626	0.7204	0.7508
Bayes 2	75	4.6405	1.4455	0.9973	0.8952	0.8677
Bayes 3	75	0.087	0.5241	0.6629	0.7209	0.7515
Bayes 1	100	0.0794	0.5279	0.6627	0.7206	0.7530
Bayes 2	100	4.679	1.4706	1.0232	0.9238	0.9006
Bayes 3	100	0.0788	0.5274	0.6631	0.7212	0.7534

الجدول رقم 9 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=1 t2=3 lamda=1.3 b=4 v=1						
Method	**n**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.0016	0.0357	0.0791	0.0998	0.1125
Bayes 2	10	0.3044	0.0788	0.0294	0.0223	0.0221
Bayes 3	10	0.0012	0.0355	0.0831	0.1064	0.1199
Bayes 1	25	0.0009	0.0363	0.0817	0.1044	0.1151
Bayes 2	25	0.3951	0.1539	0.0793	0.0525	0.0388
Bayes 3	25	0.0007	0.0361	0.0824	0.1059	0.1172
Bayes 1	50	0.0005	0.0359	0.0816	0.1051	0.1157
Bayes 2	50	0.4507	0.2101	0.1354	0.1103	0.0999
Bayes 3	50	0.0004	0.0357	0.0818	0.1055	0.1162
Bayes 1	75	0.0004	0.0358	0.0814	0.1047	0.1163
Bayes 2	75	0.4769	0.2351	0.1608	0.1391	0.1294
Bayes 3	75	0.0003	0.0354	0.0815	0.1049	0.1165
Bayes 1	100	0.0003	0.0368	0.0816	0.1049	0.1160
Bayes 2	100	0.4913	0.2475	0.1741	0.1532	0.1456
Bayes 3	100	0.0002	0.0351	0.0817	0.1051	0.1161

الجدول رقم 10 يوضح MAPE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t_1=1 t_2=3 lamda=1.3 b=4 v=1						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.2131	0.5195	0.6565	0.7071	0.7453
Bayes 2	10	3.5441	0.7103	0.3180	0.2683	0.2754
Bayes 3	10	0.1871	0.5240	0.6735	0.7306	0.7710
Bayes 1	25	0.1471	0.5394	0.6710	0.7251	0.7558
Bayes 2	25	4.1042	1.1109	0.6460	0.4920	0.4069
Bayes 3	25	0.1389	0.5381	0.6733	0.7304	0.7621
Bayes 1	50	0.1151	0.5384	0.6705	0.7281	0.7571
Bayes 2	50	4.3900	1.3100	0.8621	0.7429	0.7003
Bayes 3	50	0.1120	0.5371	0.6718	0.7294	0.7591
Bayes 1	75	0.0944	0.5395	0.6703	0.7271	0.7584
Bayes 2	75	4.5200	1.3848	0.9411	0.8364	0.8001
Bayes 3	75	0.0927	0.5387	0.6707	0.7275	0.7595
Bayes 1	100	0.0848	0.5399	0.6712	0.7281	0.7587
Bayes 2	100	4.5900	1.4212	0.9801	0.8786	0.8495
Bayes 3	100	0.0835	0.5391	0.6714	0.7282	0.7594

الجدول رقم 11 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=1 t2=3 lamda=1.3 b=1 v=2						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.0009	0.0253	0.0637	0.0868	0.0985
Bayes 2	10	0.5142	0.2363	0.1472	0.1121	0.0956
Bayes 3	10	0.0008	0.0251	0.0648	0.0886	0.1007
Bayes 1	25	0.0059	0.0310	0.0755	0.0989	0.1101
Bayes 2	25	0.5179	0.2640	0.1828	0.1586	0.1478
Bayes 3	25	0.0006	0.0309	0.0757	0.0992	0.1106
Bayes 1	50	0.0036	0.0338	0.0787	0.1018	0.1131
Bayes 2	50	0.5281	0.2751	0.1991	0.1791	0.1723
Bayes 3	50	0.0004	0.0337	0.0788	0.1019	0.1133
Bayes 1	75	0.0023	0.0339	0.0794	0.1024	0.1139
Bayes 2	75	0.5321	0.2816	0.2047	0.1860	0.1811
Bayes 3	75	0.0021	0.0330	0.0797	0.1029	0.1140
Bayes 1	100	0.0003	0.0346	0.0800	0.1030	0.1142
Bayes 2	100	0.5347	0.2831	0.2077	0.1896	0.1847
Bayes 3	100	0.0002	0.0342	0.0802	0.1032	0.1146

الجدول رقم 12 يوضح MAPE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=1 t2=3 lamda=1.3 b=1 v=2						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.1583	0.4297	0.5842	0.6572	0.6969
Bayes 2	10	4.6798	1.3733	0.8758	0.7173	0.6452
Bayes 3	10	0.1577	0.4285	0.5895	0.6643	0.7048
Bayes 1	25	0.1352	0.4958	0.6440	0.7057	0.7392
Bayes 2	25	4.7068	1.4657	1.0021	0.891	0.8527
Bayes 3	25	0.1346	0.4952	0.6448	0.7069	0.7408
Bayes 1	50	0.1057	0.5223	0.6586	0.7166	0.7496
Bayes 2	50	4.7552	1.4981	1.0476	0.9496	0.9238
Bayes 3	50	0.1051	0.5219	0.6588	0.717	0.7501
Bayes 1	75	0.0908	0.5243	0.6627	0.7204	0.7521
Bayes 2	75	4.7741	1.5161	1.0628	0.9682	0.9477
Bayes 3	75	0.0907	0.5241	0.6631	0.7206	0.7523
Bayes 1	100	0.0794	0.5303	0.6639	0.7216	0.7543
Bayes 2	100	4.7859	1.5204	1.0708	0.9779	0.9573
Bayes 3	100	0.0793	0.5301	0.6652	0.7217	0.7545

الجدول رقم 13 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=2 b=3 v=3						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.0027	0.0089	0.0010	0.0015	0.0004
Bayes 2	10	0.0343	0.0141	0.0079	0.0046	0.0032
Bayes 3	10	0.0003	0.0009	0.0016	0.0017	0.0007
Bayes 1	25	0.0006	0.0086	0.0013	0.0011	0.0012
Bayes 2	25	0.0419	0.0223	0.0146	0.0092	0.0064
Bayes 3	25	0.0005	0.0009	0.0014	0.0016	0.0015
Bayes 1	50	0.0004	0.0013	0.0011	0.0014	0.0016
Bayes 2	50	0.0852	0.0584	0.0449	0.0342	0.0271
Bayes 3	50	0.0003	0.0011	0.0012	0.0017	0.0018
Bayes 1	75	0.0039	0.0009	0.0016	0.0010	0.0010
Bayes 2	75	0.1300	0.0978	0.0811	0.0674	0.0576
Bayes 3	75	0.0004	0.0008	0.0018	0.0011	0.0011
Bayes 1	100	0.0004	0.0008	0.0014	0.0012	0.0014
Bayes 2	100	0.1691	0.1400	0.1184	0.1037	0.0905
Bayes 3	100	0.0003	0.0007	0.0019	0.0014	0.0017

الجدول رقم 14 يوضح MAPE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=2 b=3 v=3						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.6392	0.8182	0.8546	0.8724	0.8826
Bayes 2	10	5.6838	2.2562	1.4694	0.9957	0.8083
Bayes 3	10	0.6206	0.8179	0.8577	0.8771	0.8883
Bayes 1	25	0.7164	0.8523	0.8820	0.8970	0.9056
Bayes 2	25	7.4845	3.9109	3.0749	2.4041	1.9902
Bayes 3	25	0.7111	0.8519	0.8825	0.8979	0.9068
Bayes 1	50	0.7311	0.8608	0.8893	0.9026	0.9104
Bayes 2	50	10.9772	6.6298	5.7207	4.9914	4.4356
Bayes 3	50	0.7291	0.8607	0.8895	0.9028	0.9108
Bayes 1	75	0.7353	0.8640	0.8915	0.9044	0.9123
Bayes 2	75	13.6324	8.6614	7.7799	7.0868	6.5423
Bayes 3	75	0.7342	0.8638	0.8916	0.9046	0.9125
Bayes 1	100	0.737	0.8646	0.8922	0.9052	0.9130
Bayes 2	100	15.6305	10.3883	9.4359	8.8203	8.2381
Bayes 3	100	0.7362	0.8642	0.8925	0.9053	0.9132

الجدول رقم 15 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t_1=2 t_2=5 lamda=2 b=4 v=1						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.00046	0.00103	0.0012	0.0010	0.0010
Bayes 2	10	0.01320	0.00330	0.0021	0.0012	0.0006
Bayes 3	10	0.00042	0.00100	0.0019	0.0014	0.0014
Bayes 1	25	0.00043	0.00172	0.0011	0.0012	0.0013
Bayes 2	25	0.02340	0.01030	0.0056	0.0033	0.0022
Bayes 3	25	0.00040	0.00148	0.0017	0.0016	0.0016
Bayes 1	50	0.00045	0.00156	0.0014	0.0011	0.0012
Bayes 2	50	0.05310	0.03310	0.0237	0.0171	0.0132
Bayes 3	50	0.00049	0.00115	0.0015	0.0014	0.0019
Bayes 1	75	0.00042	0.00170	0.0011	0.0012	0.0014
Bayes 2	75	0.08660	0.06150	0.0496	0.0387	0.0317
Bayes 3	75	0.00041	0.00140	0.0013	0.0014	0.0016
Bayes 1	100	0.00048	0.0018	0.0012	0.0010	0.0011
Bayes 2	100	0.12040	0.0911	0.0774	0.0634	0.0546
Bayes 3	100	0.00046	0.0012	0.0014	0.0013	0.0016

الجدول رقم 16 يوضح MAPE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=2 b=4 v=1						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.7320	0.8793	0.8862	0.8997	0.9076
Bayes 2	10	3.3079	1.0300	0.6873	0.5590	0.5059
Bayes 3	10	0.7126	0.8601	0.8902	0.9053	0.9144
Bayes 1	25	0.7428	0.8658	0.8934	0.9055	0.9132
Bayes 2	25	5.4929	2.6000	1.8448	1.3703	1.0672
Bayes 3	25	0.7361	0.8655	0.8941	0.9068	0.9148
Bayes 1	50	0.7431	0.8674	0.8942	0.9066	0.9145
Bayes 2	50	8.632	4.9507	4.117	3.4939	3.0441
Bayes 3	50	0.7404	0.8671	0.8943	0.9070	0.9150
Bayes 1	75	0.7439	0.8684	0.8947	0.9068	0.9149
Bayes 2	75	1.1101	6.8402	6.0606	5.3460	4.8236
Bayes 3	75	0.7423	0.8683	0.8948	0.9070	0.9151
Bayes 1	100	0.7439	0.8687	0.8944	0.9073	0.9149
Bayes 2	100	1.3101	8.3634	7.6041	6.8731	6.3724
Bayes 3	100	0.7428	0.8680	0.8946	0.9075	0.9151

الجدول رقم 17 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=2 b=1 v=2						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.00038	0.00093	0.0014	0.00101	0.00103
Bayes 2	10	0.11430	0.06050	0.0357	0.02000	0.01550
Bayes 3	10	0.00036	0.00091	0.0018	0.00102	0.00110
Bayes 1	25	0.00044	0.00097	0.00152	0.00113	0.00116
Bayes 2	25	0.17760	0.12000	0.08600	0.06510	0.05290
Bayes 3	25	0.00042	0.00092	0.00161	0.00114	0.00112
Bayes 1	50	0.00042	0.00110	0.00124	0.00110	0.00110
Bayes 2	50	0.28220	0.22770	0.19480	0.16600	0.14260
Bayes 3	50	0.00041	0.0010	0.00157	0.00114	0.00117
Bayes 1	75	0.00041	0.00130	0.00132	0.00110	0.00114
Bayes 2	75	0.35730	0.30710	0.27790	0.24940	0.22730
Bayes 3	75	0.00040	0.00122	0.00144	0.00112	0.00117
Bayes 1	100	0.00046	0.00144	0.00117	0.00116	0.00110
Bayes 2	100	0.41110	0.36620	0.34000	0.31710	0.29520
Bayes 3	100	0.00043	0.00115	0.00151	0.00119	0.00112

الجدول رقم 18 يوضح MAPE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=2 b=1 v=2						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.6592	0.8287	0.8674	0.8836	0.8917
Bayes 2	10	11.792	5.9007	4.2422	3.0613	2.6158
Bayes 3	10	0.6524	0.8283	0.8685	0.8852	0.8937
Bayes 1	25	0.7131	0.8559	0.8851	0.8995	0.9078
Bayes 2	25	15.8091	9.4341	7.8255	6.7618	6.0463
Bayes 3	25	0.7112	0.8555	0.8853	0.8998	0.9082
Bayes 1	50	0.7279	0.8645	0.8904	0.9036	0.9119
Bayes 2	50	20.1627	13.2276	12.0774	11.132	10.3023
Bayes 3	50	0.7272	0.8634	0.8905	0.9039	0.912
Bayes 1	75	0.7355	0.8653	0.8922	0.9052	0.9131
Bayes 2	75	22.7391	15.4211	14.4854	13.7133	13.0815
Bayes 3	75	0.7352	0.8651	0.8927	0.9053	0.9134
Bayes 1	100	0.7381	0.8653	0.8923	0.9051	0.9132
Bayes 2	100	24.4126	16.8604	16.0452	15.4889	14.9418
Bayes 3	100	0.7378	0.8650	0.8925	0.9056	0.9136

الجدول رقم 19 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=1.3 b=3 v=3						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.0027	0.0089	0.001	0.0005	0.0004
Bayes 2	10	0.0343	0.0141	0.0079	0.0046	0.0032
Bayes 3	10	0.0003	0.0009	0.0016	0.0015	0.0007
Bayes 1	25	0.0005	0.0086	0.0013	0.0010	0.0013
Bayes 2	25	0.0419	0.0223	0.0146	0.0092	0.0064
Bayes 3	25	0.0004	0.0009	0.0014	0.0016	0.0018
Bayes 1	50	0.0036	0.0012	0.0011	0.0013	0.0016
Bayes 2	50	0.0852	0.0584	0.0449	0.0342	0.0271
Bayes 3	50	0.0004	0.0010	0.0012	0.0016	0.0017
Bayes 1	75	0.0039	0.001	0.0013	0.0011	0.0011
Bayes 2	75	0.130	0.0978	0.0811	0.0674	0.0576
Bayes 3	75	0.0004	0.0009	0.0016	0.0013	0.0015
Bayes 1	100	0.0004	0.0013	0.0014	0.0011	0.0015
Bayes 2	100	0.169	0.14	0.1184	0.1037	0.0905
Bayes 3	100	0.0003	0.0007	0.0019	0.0017	0.0019

الجدول رقم 20 يوضح MAPE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=1.3 b=3 v=3						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.6392	0.8182	0.8546	0.8724	0.8826
Bayes 2	10	5.6838	2.2562	1.4694	0.9957	0.8083
Bayes 3	10	0.6206	0.8177	0.8577	0.8771	0.8883
Bayes 1	25	0.7164	0.8523	0.882	0.897	0.9056
Bayes 2	25	7.4845	3.9109	3.0749	2.4041	1.9902
Bayes 3	25	0.7111	0.8519	0.8825	0.8979	0.9068
Bayes 1	50	0.7311	0.8608	0.8894	0.9026	0.9104
Bayes 2	50	10.9772	6.6298	5.7207	4.9914	4.4356
Bayes 3	50	0.7291	0.8607	0.8895	0.9028	0.9108
Bayes 1	75	0.7353	0.864	0.8915	0.9044	0.9123
Bayes 2	75	13.6324	8.6614	7.7799	7.0868	6.5423
Bayes 3	75	0.7342	0.8638	0.8916	0.9046	0.9125
Bayes 1	100	0.737	0.8649	0.8922	0.9052	0.9131
Bayes 2	100	15.6305	10.3883	9.4359	8.8203	8.2381
Bayes 3	100	0.7362	0.8641	0.8928	0.9053	0.9132

الجدول رقم 21 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=1.3 b=4 v=1						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.00050	0.0019	0.0012	0.0011	0.0010
Bayes 2	10	0.01320	0.0033	0.0021	0.0012	0.0006
Bayes 3	10	0.00047	0.0013	0.0017	0.0016	0.0014
Bayes 1	25	0.00043	0.0014	0.0011	0.0014	0.0013
Bayes 2	25	0.02340	0.0103	0.0056	0.0033	0.0022
Bayes 3	25	0.00040	0.0012	0.0014	0.0019	0.0016
Bayes 1	50	0.00049	0.0015	0.0014	0.0010	0.0012
Bayes 2	50	0.05310	0.0331	0.0237	0.0171	0.0132
Bayes 3	50	0.00045	0.0011	0.0015	0.0014	0.0014
Bayes 1	75	0.00042	0.0017	0.0011	0.0011	0.0015
Bayes 2	75	0.08660	0.0615	0.0496	0.0387	0.0317
Bayes 3	75	0.00041	0.0010	0.0013	0.0014	0.0019
Bayes 1	100	0.00048	0.0018	0.0012	0.0011	0.0010
Bayes 2	100	0.12040	0.0911	0.0774	0.0634	0.0546
Bayes 3	100	0.00046	0.0012	0.0014	0.0015	0.0011

الجدول رقم 22 يوضح MAPE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=1.3 b=4 v=1						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.732	0.8593	0.8862	0.8997	0.9076
Bayes 2	10	3.3079	1.0300	0.6873	0.5590	0.5059
Bayes 3	10	0.7126	0.8601	0.8902	0.9053	0.9144
Bayes 1	25	0.7428	0.8658	0.8934	0.9055	0.9132
Bayes 2	25	5.4929	2.6000	1.8448	1.3703	1.0672
Bayes 3	25	0.7361	0.8655	0.8941	0.9068	0.9148
Bayes 1	50	0.7431	0.8674	0.8942	0.9066	0.9145
Bayes 2	50	8.632	4.9507	4.1170	3.4939	3.0441
Bayes 3	50	0.7404	0.8671	0.8943	0.9070	0.915
Bayes 1	75	0.7439	0.8684	0.8947	0.9068	0.9149
Bayes 2	75	11.1101	6.8402	6.0606	5.3460	4.8236
Bayes 3	75	0.7423	0.8683	0.8948	0.9070	0.9151
Bayes 1	100	0.7439	0.8687	0.8945	0.9073	0.9147
Bayes 2	100	11.3101	8.3634	7.6041	6.8731	6.3724
Bayes 3	100	0.7428	0.8685	0.8949	0.9075	0.9153

الجدول رقم 23 يوضح MSE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=1.3 b=1 v=2						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.00038	0.00093	0.00140	0.00101	0.00103
Bayes 2	10	0.11430	0.06050	0.03570	0.02000	0.01550
Bayes 3	10	0.00036	0.00091	0.00170	0.00102	0.00110
Bayes 1	25	0.00044	0.00097	0.00152	0.00113	0.00110
Bayes 2	25	0.17760	0.12000	0.08600	0.06510	0.05290
Bayes 3	25	0.00042	0.00092	0.00161	0.00114	0.00112
Bayes 1	50	0.00042	0.0011	0.00127	0.00110	0.00112
Bayes 2	50	0.28220	0.2277	0.19480	0.16600	0.14260
Bayes 3	50	0.00041	0.0010	0.00163	0.00115	0.00117
Bayes 1	75	0.00043	0.00130	0.00143	0.00110	0.00114
Bayes 2	75	0.35730	0.30710	0.27790	0.24940	0.22730
Bayes 3	75	0.00040	0.00122	0.00169	0.00112	0.00117
Bayes 1	100	0.00045	0.00144	0.00150	0.00116	0.00110
Bayes 2	100	0.41110	0.36620	0.34000	0.31710	0.29520
Bayes 3	100	0.00042	0.00115	0.00157	0.00119	0.00112

الجدول رقم 24 يوضح MAPE للمعولية الضبابية لطريقة بيز						
t1=2 t2=5 lamda=1.3 b=1 v=2						
Method	**N**	**α=0.1**	**α=0.3**	**α=0.5**	**α=0.7**	**α=0.9**
Bayes 1	10	0.6592	0.8289	0.8674	0.8836	0.8917
Bayes 2	10	11.792	5.9007	4.2422	3.0613	2.6158
Bayes 3	10	0.6524	0.8286	0.8685	0.8852	0.8937
Bayes 1	25	0.7131	0.8559	0.8851	0.8995	0.9078
Bayes 2	25	15.8091	9.4341	7.8255	6.7618	6.0463
Bayes 3	25	0.7112	0.8558	0.8853	0.8998	0.9082
Bayes 1	50	0.7279	0.86370	0.89040	0.9038	0.91160
Bayes 2	50	20.1627	13.2276	12.0774	11.132	10.3023
Bayes 3	50	0.7272	0.86340	0.89050	0.9039	0.91200
Bayes 1	75	0.7355	0.86530	0.89200	0.90520	0.91320
Bayes 2	75	22.7391	15.4211	14.4854	13.7133	13.0815
Bayes 3	75	0.7352	0.86510	0.89220	0.90530	0.91360
Bayes 1	100	0.7381	0.86534	0.89230	0.90550	0.91330
Bayes 2	100	24.4126	16.8604	16.0452	15.4889	14.9418
Bayes 3	100	0.7378	0.86511	0.89260	0.90570	0.91360

النتائج والتوصيات

اولا: النتائج

١- نتائج تقدير MSE

من خلال دراسة وتحليل النتائج المستحصلة من الجداول -15-13-11-9-7-5-3 -1) (23-21-19-17تبين ترتيب افضلية تقدير المعولية الضبابية ولكل احجام العينات ، وكل قيمة من قيم الـ α نجد:

١- في الجداول اعلاه ولقيمة (α=0.1 ,0.3) وجد ان الحالة الثالثة هي الافضل.

٢- في الجداول اعلاه ولقيمة (α=0.5 ,0.7,0.9) وجد ان الحالة الاولى هي الافضل.

٢- نتائج تقدير MAPE

من خلال دراسة وتحليل النتائج المستحصلة من الجداول -18-16-14-12-10-8-6-4-2) (24-22-20تبين ترتيب افضلية تقدير المعولية الضبابية ولكل احجام العينات ، وكل قيمة من قيم الـ α نجد:

١- في الجداول اعلاه ولقيمة (α=0.1 ,0.3) وجد ان الحالة الثالثة هي الافضل.

٢- في الجداول اعلاه ولقيمة (α=0.5 ,0.7,0.9) وجد ان الحالة الاولى هي الافضل.

ثانيا: التوصيات

١- تقدير المعولية الضبابية بطريقة بيز في حال كون معلمتي التوزيع الاولي كاما ضبابيتان.

٢- استخدام دوال اخرى للتوزيع الاولي لمعلمة توزيع رالي الاسي.

٣- استخدام طرق اخرى لتقدير المعولية الضبابية.

المصادر References

المصادر العربية

١- الالوسي، أحمد صالح والبياتي، عادل زينل، (١٩٨٩)،" مقدمة في التحليل العددي "، مطبعة التعليم العالي ،الموصل.

٢- آوچي، زينة ياوز عبد القادر (٢٠٠٩)،" مقدرات بيز لدالة المعولية الضبابية للتوزيع الأسي بإستخدام المحاكاة مع تطبيقها على الشركة العامة للصناعات الكهربائية"، اطروحة دكتوراه في الاحصاء ، كلية الادارة والاقتصاد، جامعة بغداد

٣- جبار ،ضحى ماجد " فضاء بناخ ضبابي "، رسالة ماجستير، كلية العلوم ، جامعة المستنصرية للعام ٢٠٠٠.

٤- الجسار، علي فريد " بعض مسائل الامثلية والمعولية في البيئة الضبابية "، رسالة ماجستير، كلية العلوم، جامعة النهرين للعام ٢٠٠٤ .

٥- الدوري، نبيل عز الدين عارف، (٢٠٠٢)، " تطبيق نظرية المجموعات الضبابية لتميز الحروف اليدوية "، رسالة ماجستير علوم في الرياضيات، كلية التربية ابن الهيثم، جامعة بغداد.

٦- رشيد، ظافر حسين والناصري، عبد المجيد حمزة، (١٩٨٨)، "الاستدلال الإحصائي" ، كلية الإدارة والاقتصاد ،جامعة بغداد.

٧- العبيدي ، نادية جعفر فزع (٢٠٠٤) ، "مقارنة تجريبية بين مقدرات M.L. & Bayes لتوزيع كاما العام" ، رسالة ماجستير ، كلية العلوم – الجامعة المستنصرية .

مصادر الأجنبية

8- Abdul Razak Hamdan ,Mohd.Khatim Hasan,Erna Budhiarti,(2004),"Fuzzy membership function in determining SPC Allocation", university kebangsaan , Malaysia.

9- Ajaykumar,S.P.Sharma & Dinesh Kumar,(2007),"Robot reliability using patients and fuzzy lamdatau methodology", Indian institute of technology rooree 247 66,India.

10- Al-Nasser Abdul majeed hamza, (2009)," An introduction to statistical reliability ", Ithraa publishing and distribution.

11-B.moller,M.Beer,W.Graf,A.Hoffmann,J.-U.Sickert,(2000)," Fuzzy probabilistic method for the safety assessment", Teilprojekt E3,SFB 528.

12- Bellman, R,E& Zadeh,L,A,(1970),"Decision making in a fuzzy Environment", management science,v.17,pp.141-164.

13- Bo Yuan and George, J.Klir,(1995),"Fuzzy Sets and Fuzzy Logic Theory and application.publ.By prentice Hall PTR. New jersey 07458.

14- Ching-Hsue Cheng,(1995),"Fuzzy Reliability based on GERT"Department of mathematics, Chinese Military Academy,Fengshan,Kaohsiung,830 Taiwan Republic of China.
15- M.A.Gil,N.Corral &Pgil,(1985),"The fuzzy decision problem as approach to the point estimation problems with fuzzy information",European J.Oper.Res22,26-34.
16- Pedrycz, W & Gomide, F.,(1998)" An Introduction to Fuzzy Sets Analysis and Design", Prentice-Hall International, New York .
17- Schnatter Sylvia fruhwirth,(1990),"On Fuzzy Bayesian inference "Institute Fur stasistik, Wirtschaftsuniversitat Wien.
18- Shuming Wang &junzo Warada ,(2008),"Reliability optimization of fuzzy random lifetimes", international journal of innovative computing ,information and control,vol.5,number 6.
19- Zadeh (1968),"probability measures of fuzzy event",j.math,anal.appl.p421-427.
20- Zadeh, L.(1965),"FUZZY SETS", Information and control,338-353.
21- Zhou jingli,HU Ming&Jiang Ming,(2008),"Fuzzy reliability of an iscsl-based disk array system",Journal of 1 communication and computer,ISSN1548- 7709,USA.